

ESERCIZI SVOLTI IN CLASSE

Sono svolti i seguenti sistemi di disequazioni:

1.
$$\begin{cases} \frac{-x^3 + x^2 + 5x + 3}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8} \geq 0 \\ \frac{3x^7 - x^5}{6x^3 - 48x^2 + 44x - 14} < 0 \end{cases}$$

SOLUZ.:

$$\begin{cases} -2 < x \leq 3 \wedge x \neq 2 \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} < x < 0 \vee \frac{\sqrt{3}}{3} < x < 7 \end{cases} \Rightarrow -\frac{\sqrt{3}}{3} < x < 0 \vee \left(\frac{\sqrt{3}}{3} < x \leq 3 \wedge x \neq 2 \right)$$

2.
$$\begin{cases} (4x^2 + 25 + 20x)(x^2 - 8)(x^2 - 13 + 4\sqrt{3})(7x^7 - 2x^5) > 0 \\ (-3x^2 + 2x)(\sqrt{5} - 2x^2)(9x^2 - 16)(6x^2 - 11x + 2)(7x^2 + 1) < 0 \end{cases}$$

Questo sistema di disequazioni non è stato risolto durante la lezione per una questione di tempo. Prova a risolverlo di seguito. Ti do un aiuto.

Diamo un nome alle 2 disequazioni. In particolare, indichiamo con DIS_1 la prima delle 2 disequazioni e con DIS_2 la seconda disequazione.

DIS₁

Questa disequazione può essere così riscritta: $(4x^2 + 25 + 20x)(x^2 - 8)(x^2 - 13 + 4\sqrt{3})x^5(7x^2 - 2) > 0$

Pongo $F_1 > 0$, cioè $4x^2 + 25 + 20x > 0$. Essa è risolta per $x \neq -\frac{5}{2}$

Pongo $F_2 > 0$, cioè $x^2 - 8 > 0$. Essa è risolta per $x < -2\sqrt{2} \vee x > 2\sqrt{2}$

Pongo $F_3 > 0$, cioè $x^2 - 13 + 4\sqrt{3} > 0$. Scriviamo l'equazione associata $x^2 - 13 + 4\sqrt{3} = 0$. Essa è un'equazione pura, che si risolve nel modo seguente:

$$x^2 = 13 - 4\sqrt{3}, \quad x = \pm \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} = \pm \sqrt{12 + 1 - 4\sqrt{3}} = \pm \sqrt{(2\sqrt{3} - 1)^2} = \pm (2\sqrt{3} - 1) \quad \text{da cui}$$

$x_1 = 2\sqrt{3} - 1 \vee x_2 = -2\sqrt{3} + 1$. Pertanto, la disequazione $F_3 > 0$ è risolta per $x < -2\sqrt{3} + 1 \vee x > 2\sqrt{3} - 1$

Pongo $F_4 > 0$, cioè $x^5 > 0$. Essa è risolta per $x > 0$

Pongo $F_5 > 0$, cioè $7x^2 - 2 > 0$. Essa è risolta per $x < -\sqrt{\frac{2}{7}} \vee x > \sqrt{\frac{2}{7}}$ che dopo opportuna razionalizzazione

diviene $x < -\frac{\sqrt{14}}{7} \vee x > \frac{\sqrt{14}}{7}$

Per risolvere la disequazione DIS_1 occorre creare un grafico dei segni lungo il quale inserire i capisaldi secondo il seguente ordine:

$$-2\sqrt{2} \quad -2\sqrt{3}+1 \quad -\frac{5}{2} \quad -\frac{\sqrt{14}}{7} \quad 0 \quad \frac{\sqrt{14}}{7} \quad 2\sqrt{3}-1 \quad 2\sqrt{2}$$

Qui, la DIS_1 non è risolta. Puoi provvedere a risolverla tu.

DIS₂

Pongo $F_6 > 0$, cioè $-3x^2 + 2x > 0$. Essa è risolta per $0 < x < \frac{2}{3}$

Pongo $F_7 > 0$, cioè $\sqrt{5} - 2x^2 > 0$. Essa è risolta per $-\sqrt[4]{\frac{5}{4}} < x < \sqrt[4]{\frac{5}{4}}$

Pongo $F_8 > 0$, cioè $9x^2 - 16 > 0$. Essa è risolta per $x < \frac{4}{3} \vee x > \frac{4}{3}$

Pongo $F_9 > 0$, cioè $6x^2 - 11x + 2 > 0$. Essa è risolta per $x < \frac{11 - \sqrt{73}}{12} \vee x > \frac{11 + \sqrt{73}}{12}$

Pongo $F_{10} > 0$, cioè $7x^2 + 1 > 0$. Essa è risolta per ogni valore reale della x .

Per risolvere la disequazione DIS_2 occorre creare un grafico dei segni lungo il quale inserire i capisaldi secondo il seguente ordine:

$$-\frac{4}{3} \quad -\sqrt[4]{\frac{5}{4}} \quad 0 \quad \frac{11 - \sqrt{73}}{12} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{11 + \sqrt{73}}{12} \quad \sqrt[4]{\frac{5}{4}} \quad \frac{4}{3}$$

Qui, la DIS_2 non è risolta. Puoi provvedere a risolverla tu.

Dopo aver risolto le 2 disequazioni occorrerà creare un grafico delle linee per fornire le soluzioni del sistema.

Il seguente documento si riferisce alle lezioni del prof. Mario Antonuzzi, tratte dal seguente sito:

<https://www.matematichiamo.it/>

Iscriviti anche tu al CANALE e impariamo insieme la matematica!